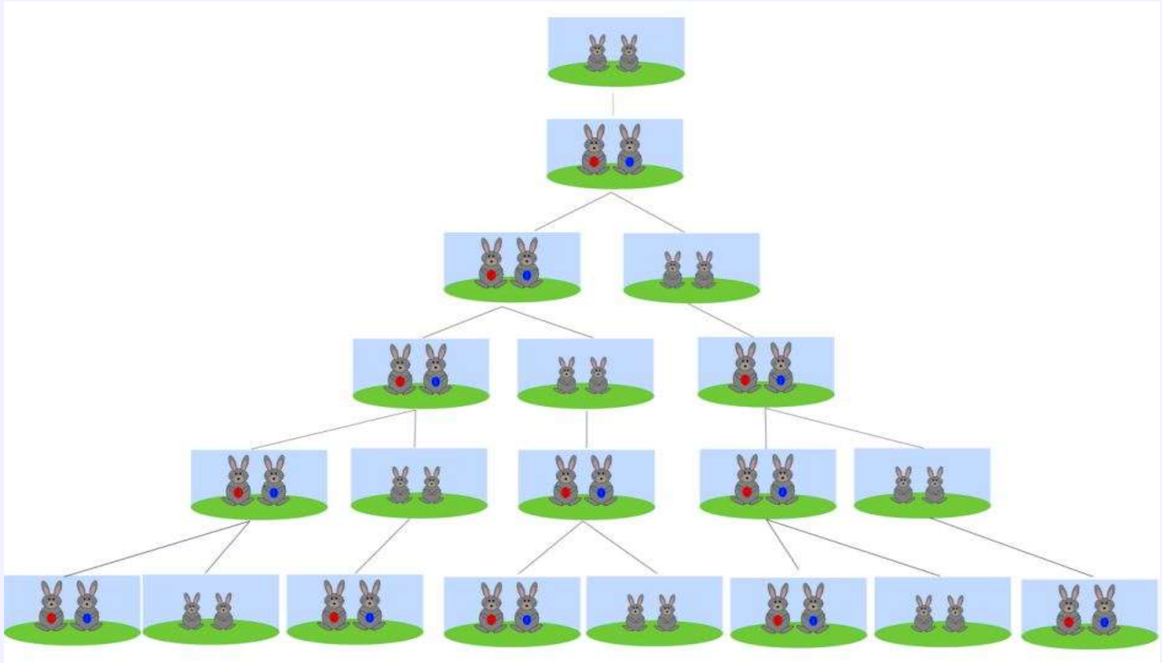
OMM - Populacioni modeli

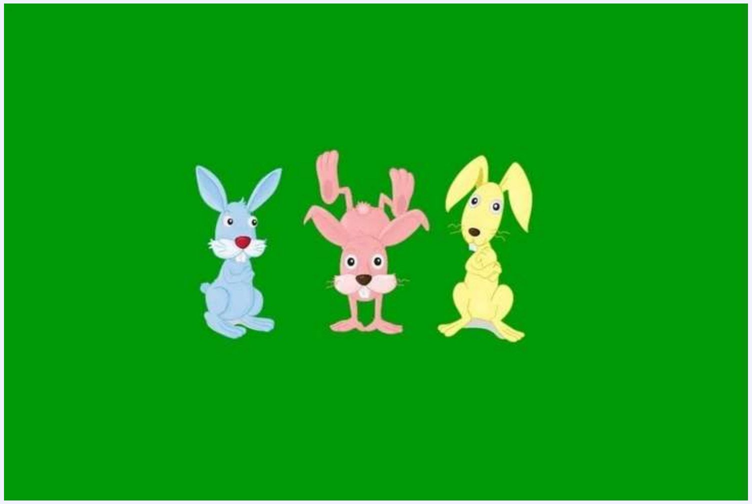
March 3, 2023

Jedna vrsta



- Par zečeva (M i Ž) su pušteni na livadu.
- Zečevi postaju polno zreli sa mesec dana.
- Trudnoća zečice traje mesec dana nakon čega na svet donosi novi par zečeva (M i Ž).
- Zečevi nikad ne umiru.
- Upareni zečevi nastavljaju da reprodukuju novi par zečeva na svakih mesec dana.

Koliko će biti zečeva za godinu dana?



- jedna vrsta
- postoji neograničeno resursa
- umiru prirodnom smrću

- homogenost razmnožavanja po broju jedinki (broj novih jedinki je proporcionalan broju jedinki)
- homogenost razmnožavanja po vremenu (nema sezonskih oscilacija)
- homogenost izumiranja po vremenu, proporcionalno broju jedinki

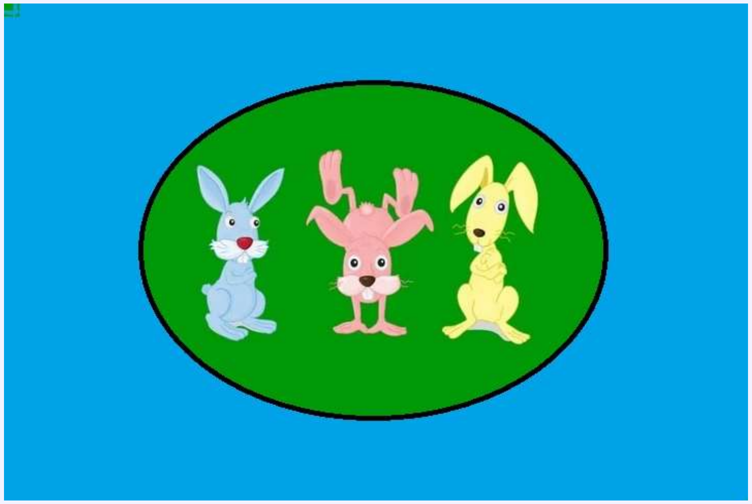
$$
\begin{aligned}
N(t+\Delta t) &= N(t) + n \cdot \Delta t \cdot N(t) - m \cdot \Delta t \cdot N(t) \\
&= N(t) + \Delta t \cdot N(t) \cdot p
\end{aligned}
$$

$$N(t) \in \mathbb{N}, \quad t, \Delta t, n, m, p \in \mathbb{R}$$

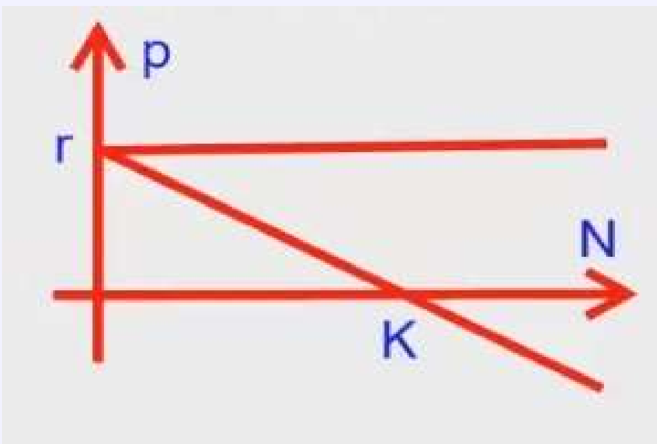
$$N(t) \in \mathbb{R}, \quad t, \Delta t, n, m, p \in \mathbb{R}$$

$$\boxed{\frac{dN(t)}{dt} = pN(t),\ N(0) = N_0} \Longrightarrow \boxed{N(t) = N(0) \cdot e^{pt}}$$

Malthusov model



- jedna vrsta
- resursi su ograničeni (max K jedinki)
- p je funkcija od $N(t)$



Linearan slučaj:

$p = r(1 - \frac{N(t)}{K})$, priraštaj

$r = p(0)$, reproduktivna stopa

$$\boxed{\frac{dN(t)}{dt} = rN(t)\left(1 - \frac{N(t)}{K}\right), \; N(0) = N_0} \Longrightarrow \boxed{N(t) = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N(0)} - 1\right) \cdot e^{-rt}}}$$

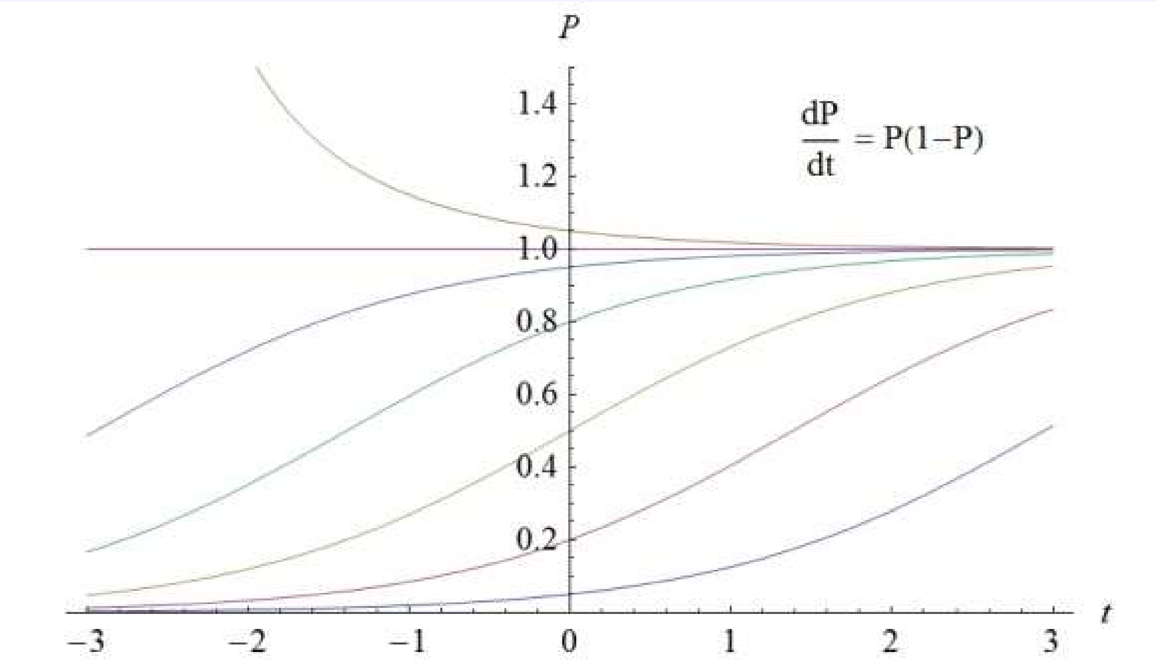
Verhulstov model

Bezdimenzioni oblik

Smena: $x(t) = \frac{N(t)}{K}$ - bezdimenziona veličina, $x \in [0, 1]$

$$\boxed{\frac{dx}{dt} = rx\,(1 - x)\,,\ \ x(0) = \frac{N(0)}{K}} \Longrightarrow \boxed{x(t) = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{x(0)} - 1\right) \cdot e^{-rt}}}$$

Logistički model



2 stacionarna rešenja:

- $x = 0$ (nestabilno)
- $x = 1$ (stabilno)

Logistička kriva, S-kriva ($r = 1$)